

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**  
**II. FELADAT (30p)**

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$  mátrixok, ahol  $x, y \in \mathbb{R}$ .

**5p**      a) Határozd meg az  $x$  valós számot, ha  $A \cdot B = B \cdot A$ .

**5p**      b) Igazold, hogy  $A^2 = 4(A - I_2)$ , ahol  $A^2 = A \cdot A$ .

**5p**      c) Határozd meg az  $a$  valós számot úgy, hogy teljesüljön az  $A^3 - aA^2 + 4A = O_2$  egyenlőség, ahol  $A^3 = A \cdot A \cdot A$ .

2. A valós számok halmazán értelmezzük az  $x \circ y = x + y + 3$  és  $x * y = xy - 3(x + y) + 12$  műveleteket.

**5p**      a) Igazold, hogy  $x * y = (x - 3)(y - 3) + 3$  bármely  $x, y \in \mathbb{R}$  esetén!

**5p**      b) A valós számok halmazán oldd meg az  $(x \circ (x + 1)) + (x * (x + 1)) = 11$  egyenletet!

**5p**      c) Oldd meg az  $\begin{cases} x \circ (y - 1) = 0 \\ (x + 1) * y = x * (y + 1) \end{cases}$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$  egyenletrendszer!