

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  függvény.

**5p** a) Számítsd ki  $f'(x)$ -et, ha  $x \in (0, \infty)$ .

**5p** b) Határozd az  $f$  függvény monotonitási intervallumait!

**5p** c) Határozd meg a  $f$  függvény grafikus képe vízszintes aszimptotájának egyenletét!

2. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^{1004} + 2009^x$  függvény.

**5p** a) Számítsd ki:  $\int f(x) dx$ .

**5p** b) Igazold, hogy az  $f$  függvénynek minden primitív függvénye növekvő az  $\mathbb{R}$ -en!

**5p** c) Számítsd ki az  $\int_0^1 x \cdot f(x^2) dx$  értékét!