

III. FELADAT (30p)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x$ függvény.

5p a) Számítsd ki $f'(x)$ -et, ha $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Bizonyítsd be, hogy $f(x) \geq 1$, bármely $x \in \mathbb{R}$ esetén!

5p c) Írd fel az f függvény grafikus képe ferde aszimptotájának egyenletét $-\infty$ felé!

2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + p$ függvény, ahol $m, n, p \in \mathbb{R}$.

5p a) Számítsd ki az $\int_0^1 f(x)dx$ értékét, ha $m = 0$, $n = -3$, $p = 2$.

5p b) Határozd meg $m, n, p \in \mathbb{R}$, ha $f'(-1) = f'(1) = 0$ és $\int_{-1}^1 f(x)dx = 4$.

5p c) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^4} \int_0^x f(t)dt$ határértéket!