

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Adott az $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & a & d \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$ halmaz és az $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ mátrix.

5p a) Igazold, hogy $O_3 \in M$.

5p b) Igazold, hogy az M halmaz két tetszőleges mátrixának a szorzata benne van az M halmazban!

5p c) Ha $A \in M$ és $\det(A) = 0$, igazold, hogy $A^3 = O_3$, ahol $A^3 = A \cdot A \cdot A$.

2. Adott az $f = X^4 - X^3 + aX^2 + bX + c$ polinom, ahol $a, b, c \in \mathbb{R}$.

5p a) Ha $a = c = 1$ és $b = -1$ határozd meg az f polinomnak az $X^2 + 1$ polinommal való osztási maradékát és hányadosát!

5p b) Határozd meg az a, b, c számokat, ha az f polinomnak az $X^2 + 1$ -gyel való osztási maradéka X , valamint az f polinomnak $X - 1$ -gyel való osztási maradéka -1 .

5p c) Igazold, hogy ha $a \in \left(\frac{1}{2}, +\infty \right)$, akkor az f polinomnak nem minden gyöke való!