

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**  
**II. FELADAT (30p)**

1. Az  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  halmazban adott az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$  mátrix. Jelölje  $A^n = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{n\text{-szer}}$ , ahol  $n \in \mathbb{N}^*$ .

5p a) Igazold, hogy  $A^2 = 3A$ .

5p b) Számítsd ki a  $\det(A^{10})$  determinánst!

5p c) Számítsd ki a  $B = A + I_2$  mátrix inverzét, ahol  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

2. A  $G = (0, \infty) \setminus \{1\}$  halmazon értelmezzük az  $x \circ y = x^{3 \ln y}$ ,  $\forall x, y \in G$  műveletet.

5p a) Határozd meg az  $x \circ e = 8$  egyenlet valós megoldásainak halmazát, ahol  $e$  a természetes logaritmus alapja!

5p b) Igazold, hogy  $x \circ y \in G$ ,  $\forall x, y \in G$ .

5p c) Igazold, hogy a „ $\circ$ ” művelet asszociatív a  $G$  halmazon!