

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$  függvény.

**5p** a) Számítsd ki az  $f$  függvény deriváltját!

**5p** b) Határozd meg az  $f$  függvény monotonitási intervallumait!

**5p** c) Igazold, hogy  $f(x) \leq -4$  bármely  $x < -1$  esetén !

2. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x^2 + e^x, & x \leq 0 \\ \sqrt{x} + 1, & x > 0 \end{cases}$  függvény.

**5p** a) Igazold, hogy az  $f$  függvénynek van primitív függvénye  $\mathbb{R}$ -en!

**5p** b) Számítsd ki:  $\int_{-1}^0 x f(x) dx$ .

**5p** c) Számítsd ki a  $g : [0;1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f(x)$  függvény grafikus képének  $Ox$  koordinátatengely körüli forgatása által meghatározott forgástest térfogatát!