

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} a & a & a \\ a & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol $a \in \mathbb{R}$. Jelölje $A^2 = A \cdot A$.

5p a) Számítsd ki az A^2 mátrixot $a=1$ esetén!

5p b) Számítsd ki a $\det(A^2)$ determinánst $a \in \mathbb{R}$ esetén!

5p c) Igazold, hogy $A^2 \neq I_3$, bármely $a \in \mathbb{R}$ esetén!

2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = xy - 2x - 2y + 6$ és $x \circ y = xy - 3(x + y) + 12$ műveleteket.

5p a) Igazold, hogy $(x * 2) - (3 \circ x) = -1, \forall x \in \mathbb{R}$.

5p b) Ha e_1 a semleges elem a „ $*$ ” műveletre nézve e_2 pedig a semleges elem a „ \circ ” műveletre nézve, számítsd ki az $e_1 * e_2 + e_1 \circ e_2$ összeget!

5p c) Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + 1$ függvény. Határozd meg az $a \in \mathbb{R}$ számot, ha $f(x * y) = f(x) \circ f(y)$, bármely $x, y \in \mathbb{R}$ esetén!