

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Adott a $d = \begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$ determináns, ahol $a, b, c \in \mathbb{R}$.

5p a) Számítsd ki a d determinánst, ha $a = 2$, $b = 1$ és $c = -1$.

5p b) Igazold, hogy $d = \frac{1}{2}(a+b+c)\left((a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\right)$, bármely $a, b, c \in \mathbb{R}$ esetén!

5p c) Oldd meg a valós számok halmazán a $8^x + 27^x + 125^x - 3 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 5)^x = 0$ egyenletet!

2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = 2xy - 6x - 6y + 21$ műveletet.

5p a) Igazold, hogy $x \circ y = 2(x-3)(y-3) + 3$, bármely $x, y \in \mathbb{R}$ esetén!

5p b) Oldd meg a valós számok halmazán az $x \circ x = 11$ egyenletet!

5p c) Számítsd ki az $1 \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{2009}$ értékét, ha a „ \circ ” művelet asszociatív!