

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ és $B = I_2 + A$ mátrixok. Jelölje

$$A^2 = A \cdot A \quad \text{és} \quad B^n = \underbrace{B \cdot B \cdot \dots \cdot B}_{n\text{-szer}}, \text{ ahol } n \in \mathbb{N}^*.$$

5p a) Igazold, hogy $A^2 = O_2$.

5p b) Számítsd ki a B mátrix inverzét!

5p c) Határozd meg $x \in \mathbb{R}$ számot, ha $B^3 - B^2 = xA$.

2. Adott az $f = X^4 - 2X^2 + 1$ polinom, amelynek gyökei $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$.

5p a) Igazold, hogy az f polinom osztható a $g = X^2 - 1$ polinommal!

5p b) Számítsd ki az $S \cdot P$ szorzatot, ahol $S = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ és $P = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$.

5p c) Számítsd ki a $T = x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$ összeget!