

**III. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x^2 + 2x + 1) \cdot e^x$  függvény.

5p a) Igazold, hogy  $f'(x) = (x+1)(x+3) \cdot e^x$ , bármely  $x \in \mathbb{R}$  esetén!

5p b) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képe  $-\infty$  felé mutató aszimptotájának egyenletét!

5p c) Igazold, hogy  $f(-2) + f(-4) \leq \frac{8}{e^3}$ .

2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$  függvény.

5p a) Igazold, hogy az  $f$  függvénynek van primitív függvénye!

5p b) Igazold, hogy az  $f$  függvény bármely primitív függvénye konvex az  $(1; +\infty)$  intervallumon!

5p c) Számítsd ki:  $\int_0^e f(x) dx$ .