

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok, és a $G = \{X^n \mid n \in \{1, 2, 3\}\}$ halmaz, ahol

$$X^n = \underbrace{X \cdot X \cdot \dots \cdot X}_{n\text{-szer}}, n \in \mathbb{N}^*.$$

5p a) Igazold, hogy $X^3 = I_3$.

5p b) Számítsd ki a $\det(I_3 + X + X^2)$ determinánst!

5p c) Igazold, hogy ha $Y \in G$, akkor $Y^{-1} \in G$.

2. Adott a $G = \{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a^2 - 3b^2 = 1\}$ halmaz!

5p a) Igazold, hogy $2 + \sqrt{3} \in G$.

5p b) Igazold, hogy a valós számok szorzására nézve a G halmaz minden elemének van inverze a G -ben!

5p c) Igazold, hogy $x \cdot y \in G$, bármely $x, y \in G$ esetén!