

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} x-3 & 1 \\ 1 & x-3 \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$ mátrix. Jelölje $A^2 = A \cdot A$ és $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Határozd meg az x valós szám értékét, ha $\det(A) = 0$.

5p b) Igazold az $A^2 = (2x-6)A - (x^2 - 6x + 8) \cdot I_2$ egyenlőséget!

5p c) Határozd meg az $x \in \mathbb{R}$ azon értékét, amelyre teljesül az $A^2 = 2A$ egyenlőség!

2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = xy - 2(x + y) + 6$ műveletet.

5p a) Igazold, hogy $x \circ y = (x-2)(y-2) + 2$, bármely $x, y \in \mathbb{R}$ esetén!

5p b) Igazold, hogy $x \circ 2 = 2$, bármely $x \in \mathbb{R}$ esetén!

5p c) Számítsd ki az $E = (-2009) \circ (-2008) \circ \dots \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ 2 \circ \dots \circ 2009$ kifejezés értékét, ha a „ \circ ” művelet asszociatív!