



Clasa a IX-a

Barem de corectare și notare:

1.) Verificăm $P(1) : \frac{1}{1 \cdot 5} = \frac{1}{4 \cdot 1 + 1}$ adevărat **(2p.)**

Pp $P(k) \frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4k-3)(4k+1)} = \frac{k}{4k+1}$:adevărat

și demonstrăm

$P(k+1) \frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{[4(k+1)-3][4(k+1)+1]} = \frac{k+1}{4(k+1)+1}$ adevărat,

Adică $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4k+1)(4k+5)} = \frac{k+1}{4k+5}$ **(2p.)**

Cum $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4k+1)(4k+5)} = \frac{k}{4k+1} + \frac{1}{(4k+1)(4k+5)} = \frac{k+1}{4k+5}$ **(3p.)**

Astfel $P(k+1)$ este adevărată, deci relația este verificată pentru orice număr natural nenul.

2. a.) Se obține $A_6 = \{31, 33, 35, 37, 39, 41\}$ (1p)

b.) Suma elementelor $1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ (1p)

c.) Mulțimile A_1, A_2, \dots, A_{n-1} au împreună $\frac{n(n-1)}{2}$ elemente (1p)

Primul element al mulțimii A_n este $2 \cdot \frac{n(n-1)}{2} + 1 = n^2 - n + 1$ (1p)

iar ultimul element este $n^2 - n + 1 + 2(n-1) = n^2 + n - 1$ (1p)

Mulțimea $A_{2013} = \{2013^2 - 2013 + 1, \dots, 2013^2 + 2013 - 1\}$ (1p)

(sau $A_{2013} = \{4050157, \dots, 4054181\}$)

Suma elementelor mulțimii este $S = \frac{(2013^2 - 2013 + 1 + 2013^2 + 2013 - 1) \cdot 2013}{2} = 2013^3$ (1p)

3. a.) Din condițiile $f(-1) = 3, f(1) = -2, f\left(\frac{1}{2}\right) = -3$

rezultă ecuațiile $1 + a = 3, b + c = -2, \frac{1}{2}b + c = -3$

și de aici $a = 2, b = 2, c = -4$ (3p)

b.) Reprezentarea grafică (2p)

c.) Rezolvarea inecuației și obținerea soluției $(-\infty, -2) \cup [0, 3]$ (2p)

4.) Avem relațiile $\overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BM}$ (3p)

Și rezultă $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{BM} =$

$= \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} + 3\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$ (4p)